

Optimaal beleggen met intergenerationele benchmarking

Luke Servat
Antoon Pelsser
Rob van den Goorbergh
Mark Irwin

Colofon

Industry papers zijn papers voor professionals in de pensioen- en verzekeringssector. Ze worden op de Netspar website gepubliceerd na goedkeuring door de Netspar Editorial Board (EB). De EB controleert de papers op zowel academische kwaliteit als toegankelijkheid voor niet-academische professionals. Industry papers worden gepresenteerd voor discussie op Netspar-evenementen. Vertegenwoordigers van academische en sectorpartners worden uitgenodigd voor deze evenementen.

Netspar Industry Paper 2025-08, februari 2025

Dit onderzoek wordt mede gefinancierd door RCLR.
This research is partly funded by RCLR.

Editorial Board

Voorzitter:

Andries de Grip, Universiteit Maastricht

Leden:

Mark-Jan Boes, Vrije Universiteit Amsterdam

Damiaan Chen, De Nederlandsche Bank

Marcus Haveman, NN

Arjen Hussem, PGGM

Kristy Jansen, University of Southern California

Sven Klijnhout, Achmea

Raymond Montizaan, Universiteit Maastricht

Alwin Oerlemans, APG

Mariëtte Sanderse, PMT

Peter Schotman, Universiteit Maastricht

Erik Schouten, Ministerie van Financiën | Belastingdienst

Frank Smudde, APG

Jeroen Wirschell, PGGM

Marianne Zweers, a.s.r.

Ontwerp Maan

Vormgeving Bladvulling

Redactie Jolanda van den Braak

Industry Papers is een uitgave van Netspar. Niets uit deze uitgave mag worden vermenigvuldigd, op welke wijze dan ook, zonder voorafgaande toestemming van de auteur(s).

Inhoudsopgave

Samenvatting	4
Abstract	5
1. Introductie	6
2. Probleemstelling en model	8
3. Optimale intergenerationale belegging	13
4. Scenariopaden	16
5. Impulsrespons	21
6. Welvaartsimpact voor CRRA nutsfunctie	24
7. Conclusie	26
Referenties	28

Affiliaties

Luke Servat – Maastricht University

Antoon Pelsser – Maastricht University

Rob van den Goorbergh – APG

Mark Irwin – Ortec

Samenvatting

Door de transitie van een uitkeringsovereenkomst naar een beschikbare premieregeling, zoals bepaald door de Wet toekomst pensioenen (Wtp), vallen garanties in het pensioenstelsel grotendeels weg. Hierdoor kunnen zogenaamde pech- en gelukgeneraties ontstaan. In dit paper kijken we naar een manier om deze pech- en gelukgeneraties te voorkomen via een aanpassing van het beleggingsbeleid gedurende de opbouwfase, nog zonder enige vorm van vermogenstransfers. Om deze solidariteit in het optimalisatieprobleem te verwerken, passen we de nutsfunctie zodanig aan, dat ieder cohort niet alleen naar het eigen opgebouwde pensioen kijkt, maar dit ook vergelijkt met het voorgaande cohort. Het optimale beleggingsbeleid dat volgt uit dit vernieuwde probleem - de 'intergenerationale' *life cycle* - is significant anders dan de klassieke strategie. Zo zien we dat er *minder riskant* belegd wordt gedurende periodes waarin opeenvolgende cohorten niet beide beleggen en *juist riskanter* in gezamenlijke periodes. Bovendien vertoont het beleid veel gelijkenissen met de in de praktijk dikwijls toegepaste "100 – leeftijd" regel; dit door de beperkte leverage en de quasi-lineariteit van het nieuwe optimum. Ten slotte wordt met de simulatie van vier scenariopaden van het aandeel én door een impulsresponsanalyse bevestigd dat het beoogde nivellerings-effect inderdaad bereikt wordt met het nieuwe beleid.

Abstract

The transition from a defined benefit agreement to a defined contribution plan, as stipulated by the Future Pensions Act (Wtp), largely removes guarantees in the pension system. This can create so-called unlucky and lucky generations. In this paper, we look at a way to prevent these unlucky and lucky generations by adjusting the investment policy during the accrual phase, without any form of wealth transfers. To incorporate this solidarity into the optimization problem, we adjust the utility function such that each cohort not only looks at its own accrued pension, but also compares it with the previous cohort. The optimal investment policy that follows from this updated problem – the “intergenerational” life cycle – is significantly different from the classical strategy. Thus, we see that investments are less risky during periods in which successive cohorts do not invest both and more risky in joint periods. Moreover, the policy bears a strong resemblance to the “100 - age” rule often applied in practice, due to the limited leverage and the quasi-linearity of the new optimum. Finally, the simulation of four share scenario paths and an impulse response analysis confirm that the intended leveling effect is indeed achieved with the new policy.

1. Introductie

De nieuwe pensioenwet, die is ingegaan op 1 juli 2023, heeft als doel de pensioenen in Nederland op een duurzame manier betaalbaar te houden. Aanleiding van de heroverweging van het huidige stelsel was, met name, de teleurstellende stijging van de uitbetaalde pensioenen in de afgelopen jaren (Pen, 2023). Dit was mede het gevolg van vergrijzing van de samenleving en tegenvallende rendementen op het pensioenkapitaal. Een andere reden die wordt aangevoerd, is de toegenomen flexibiliteit in arbeidsinvulling van mensen. De betrokken partners (lees: pensioenfondsen) moeten de hervormingen vóór 1 januari 2028 hebben doorgevoerd.

Een van de speerpunten van het nieuwe stelsel is de overgang van een uitkeringsovereenkomst naar een beschikbare premieregeling. Dit betekent in de praktijk dat de uitbetalingen gevoeliger worden voor de fluctuaties in de beleggingsrendementen. Hierdoor kan de situatie ontstaan dat opeenvolgende cohorten in een pensioenstelsel sterk verschillende opgebouwde pensioenen hebben. Om deze ‘pech- en gelukgeneraties’ (van Bilsen et al., 2021) te voorkomen, moet er een zekere vorm van ‘solidariteit’ in het stelsel opgenomen worden. Deze solidariteit kan op meerdere manieren worden vormgegeven, hetzij tijdens de opbouwfase, hetzij tijdens de afbouwfase. Dit paper focust zich volledig op de voorkoming van pechgeneraties door een aanpassing van het beleggingsbeleid tijdens de opbouwfase, zonder dat er tussen cohorten vermogensspreiding of risicodeling plaatsvindt.

Dit gezegd hebbende, moeten we definiëren wanneer een generatie ‘pech’ of ‘geluk’ heeft, wat gevolgen heeft voor de invulling van de reserve. Hierbij gaat het er voornamelijk om of een cohort in het stelsel zichzelf een pech- of geluksvogel acht, aangezien het draagvlak voor het vernieuwde pensioenstelsel van wezenlijk belang is voor het voortbestaan ervan. De hamvraag is dus wanneer de deelnemers van een cohort tevreden zijn over het opgebouwde bedrag. Is dit bijvoorbeeld het geval wanneer een bepaald ‘target’ (in absolute termen) is gehaald? Of is dit wanneer de deelnemers genoeg middelen hebben verworven om de levensstandaard voort te zetten, die zij hadden tijdens hun arbeidsperiode? Of, vanuit een ander perspectief, is het cohort ontevreden als het pensioen lager uitvalt dan dat van voorgaande cohorten? We richten de focus van dit paper op deze laatste interpretatie.

Als het doel van het pensioenfonds is om de pensioenuitkeringen zo gelijk mogelijk te trekken, dan biedt de Ortec-methode een mogelijkheid (ontwikkeld door De Groot en Bakker (2022)). Deze methode nivelleert door middel van een solidariteitsreserve die gevuld of geleegd wordt gedurende de *uitkeringsfase*. Een voordeel hiervan is de eenvoud van de methode. In dit paper concentreren we ons daarentegen op de *opbouwfase*, om dit nivelleringseffect in essentie al *vooraf*, via een investeringsbeleid, te verkrijgen, nog zónder gebruik van een solidariteitsreserve. Beweegreden hiervoor is om het opwaartse potentieel van de pensioenuitkeringen niet te beperken.

In dit paper heeft het pensioenfonds de taak om voor ieder afzonderlijk cohort een

optimaal beleggingsbeleid te vinden, zodat de verschillen tussen de pensioenen van verschillende cohorten minder groot worden. Volledig risicovrij beleggen is uiteraard een hele simpele methode om tot een drastische verlaging van de verschillen te komen, maar vanwege de matige rendementen die dan behaald worden, is dit niet wenselijk. Daarom leggen wij als een extra vereiste op dat de verwachte pensioenen op een vergelijkbaar niveau blijven als wanneer de klassieke life cycle-investeringen gedaan worden. De verschillen in beoordelingswijze, dat wil zeggen de weging van de verschillen tussen verschillende cohorten, kunnen wiskundig worden vastgelegd met een aanpassing van de nutsfunctie (von Neumann en Morgenstern, 2004). Zo is de klassieke life cycle-investeringsstrategie een resultaat van een CRRA¹-nutsfunctie die uitgaat van een evaluatie van enkel het eigen losstaande pensioen, zoals beschreven door Merton (1969).

In dit paper gaan we uit van individuen binnen een cohort die hun opgebouwde pensioen niet alleen op zichzelf waarderen, maar ook in vergelijking met de resultaten van voorgaande cohorten. Dit beeld wordt bevestigd door het onderzoek van Ponds en Webers (2024). Zij stellen daarin vast dat er een groot draagvlak is voor solidariteit tussen generaties. Een dergelijk variant, waarbij intergenerationale solidariteit wordt aangenomen, is bekend in een niet-pensioensetting van bijvoorbeeld Constantinides (1990). Hi gaat uit van een nutsfunctie waarbij een individu diens consumptie beoordeelt ten opzichte van een voortschrijdend gemiddelde van het historisch consumptiepatroon. Recenter is het paper van Bovenberg et al. (2020), dat een consument veronderstelt die diens consumptie beoordeelt in termen van de ratio tussen de huidige consumptie en het voortschrijdend gemiddelde. In die geest is het ook het doel van dit paper om te beschrijven hoe de optimale beleggingsstrategie voor een generatie verandert wanneer die niet alleen het pensioen op zich beoordeelt, maar ook een vergelijking trekt met de voorgaande cohorten.

Om het probleem en de gevonden oplossing zo duidelijk mogelijk weer te geven, is de opzet van het paper als volgt: in de eerstvolgende sectie introduceren we het model en onze nieuwe gehanteerde nutsfunctie. In het hoofdstuk erna geven we het optimale beleggingsbeleid weer en vergelijken we dat met de klassieke oplossing. Daarna demonstreren we het effect van het nieuwe beleid op de pensioenen, in verschillende scenario's. Vervolgens tonen we het vermogen van de life cycle die dit paper voorstelt om schokken in de waarde van de marktportefeuille op te vangen. Ten slotte kijken we naar het welvaartsverlies dat optreedt bij een eventuele verkeerde specificatie van de nutsfunctie. In de conclusie presenteren we de samenvatting en discussie.

¹ Constante Relatieve Risico Aversie.

2. Probleemstelling en model

In deze sectie beschrijven we de economie die verondersteld wordt en illustreren we het probleem dat centraal staat in dit paper.

We gaan in dit paper uit van een Black-Scholes-economie (Black en Scholes, 1973). In ons model bestaat de economie uit een risicovrije obligatie en een aandeel dat een geometrische Brownse-beweging volgt. De waarde van de obligatie en het aandeel op een tijdstip t worden respectievelijk aangeduid met B_t en S_t . De rente (r) van de obligatie en de groei (μ) en volatiliteit (σ) van het aandeel zijn constant, waardoor we een constante marktprijs van risico hebben. Deze noteren we met κ en definiëren we als $\kappa = \frac{\mu-r}{\sigma}$. Het aandeel kunnen we in dit scenario als de marktportefeuille beschouwen. Dit betekent dat een investeringsstrategie bestaat uit het bepalen van de fractie van het vermogen die in de marktportefeuille geïnvesteerd moet worden.

In ons model hebben alle fondsdeelnemers een arbeidsperiode van T jaar, waarin ze kapitaal opbouwen voor hun pensioen. Omdat niet iedereen op hetzelfde tijdstip begint met werken (en dus met het opbouwen van kapitaal), maken we onderscheid in cohorten. Een aantal deelnemers van het fonds vormt samen een cohort wanneer zij op hetzelfde tijdstip zijn begonnen aan de opbouwperiode van T jaar. We gaan uit van een situatie waarin ieder cohort alleen voor zichzelf pensioen opbouwt, zonder enige vorm van 'kapitaaltransfers' tussen cohorten. Het doel van dit paper is dus ook om pechgeneraties te voorkomen door enkel een aanpassing van de beleggingswijze.

Het cohort dat we in overweging nemen, begint met het opbouwen van pensioenkapitaal op tijdstip $t = 0$. Het bouwt dan pensioen op tot tijdstip T . Het cohort begint vanaf tijdstip $t = 0$ met een bedrag dat gelijk is aan de contante waarde van alle toekomstige bijdrages van de deelnemers van dit cohort. Dit kunnen we doen, omdat de deelnemers verplicht worden om te participeren in een beschikbare premieregeling. Om duidelijk weer te geven wat er verandert aan het beleggingsbeleid door alleen een aanpassing van de nutsfunctie, hebben we het model zo eenvoudig mogelijk gehouden. Vandaar ook dat we in dit paper uitgaan van een risicovrij menselijk kapitaal, conform Merton (1971, ch.7), in plaats van complexere modellen zoals beschreven in Benzoni et al. (2007). Vanaf dit punt wordt het kapitaal van dit cohort bepaald door de hoeveelheid die geïnvesteerd is in de marktportefeuille in combinatie met de behaalde beleggingsrendementen. De hoeveelheid kan worden uitgedrukt in fracties van totaal vermogen of financieel vermogen.²

Bovenstaande alinea maakt duidelijk dat we zekere aannames moeten doen over het gedrag van de deelnemers van een cohort. De mate van risicobereidheid en waardering van het pensioen zijn leidend in de bepaling van het optimale investeringsprofiel. De klassieke oplossing van dit probleem, dat wil zeggen een constante fractie van het totale vermogen dat geïnvesteerd wordt in de risicovolle portefeuille - de zogenaamde 'Merton-fractie'

² Met totaal vermogen wordt bedoeld: financieel vermogen plus menselijk kapitaal.

(Merton, 1969) - is het gevolg van het gebruik van de basisvorm van de CRRA-nutsfunctie, die er als volgt uitziet:

$$U^P(C_T) = \frac{C_T^{1-\gamma_P}}{1-\gamma_P} = \frac{e^{(1-\gamma_P)c_T}}{1-\gamma_P}. \quad (1)$$

Hier is γ_P de welbekende risico-aversieparameter, ook wel bekend als de relatieve risico-aversie (RRA), waarbij het subscript 'P' dient om duidelijk te maken dat deze risico-aversie aan deze specifieke nutsfunctie (de 'power'-nutsfunctie) toebehoort. We bedoelen met c_T de logaritme van het pensioen³ dat opgebouwd is door het cohort in kwestie. We kunnen c_T dus interpreteren als de *cumulatieve rendementen* die behaald zijn op de investeringen. Het Merton-probleem (1969) probleem, waarbij we opgebouwd vermogen bij pensionering willen optimaliseren, ziet er als volgt uit:

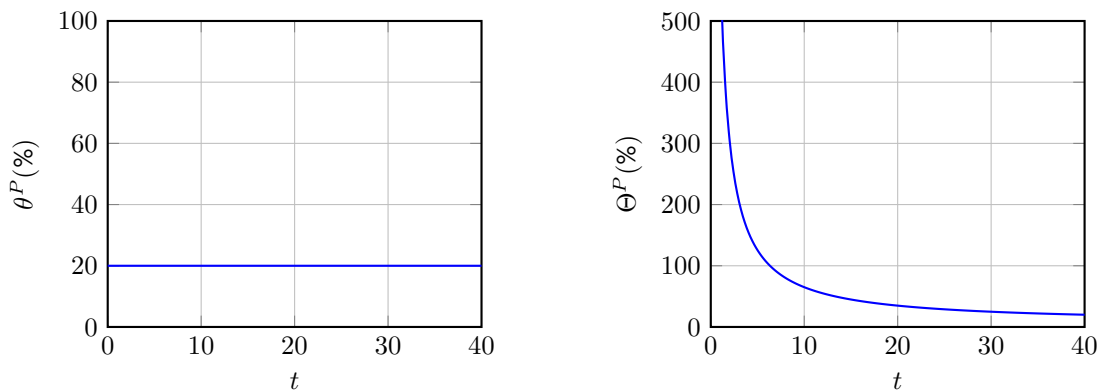
$$\begin{aligned} \max_{\theta^P} \quad & [U^P(C_T)] \\ \text{s.t.} \quad & dC_{t,T} = \theta_t^P C_{t,T} \frac{dS_t}{S_t} + (1 - \theta_t^P) C_{t,T} \frac{dB_t}{B_t}. \end{aligned} \quad (2)$$

De tweede regel - de 'voorwaarde' waaraan de oplossing moet voldoen - beschrijft simpelweg dat het pensioenkapitaal wordt bepaald door de marktrendementen samen met de hoeveelheid die in de markt wordt geïnvesteerd. De Merton-fractie (Merton, 1969), als oplossing van dit probleem, is als volgt gedefinieerd:

$$\theta_t^P := \frac{\kappa}{\gamma_P \sigma} \quad (3)$$

Dit betekent dus dat de hoeveelheid, uitgedrukt in fractie van het **totale vermogen**, die geïnvesteerd wordt in de riskante portefeuille constant is en slechts afhankelijk van de markt-prijs van risico, volatiliteit en van de risico-aversie van het cohort. In termen van financieel vermogen daarentegen, is het een afnemende convexe functie van tijd. Dit is ook niet geheel verrassend: het financieel vermogen groeit naarmate we dichter bij T komen, terwijl de contante waarde van het menselijk kapitaal daalt. Grafisch kunnen we het als volgt toelichten, waarbij we de fractie van financieel vermogen die geïnvesteerd wordt in het riskante aandeel aanduiden met Θ^P :

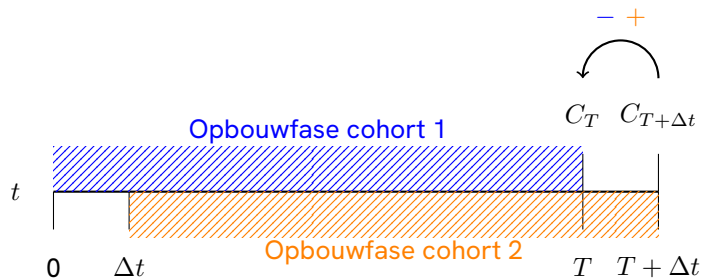
³ D.w.z. $c_T := \ln(C_T)$.



Figuur 1. Merton (1969), optimale CRRA investering als fractie van *totaal vermogen* en *financieel vermogen*. De parameters κ , T, γ_P en σ zijn respectievelijk 0.2, 40, 5 en 0.2, wat leidt tot een investeringsfractie 0.2 ten opzichte van totaal vermogen.

Deze bekende oplossing, die ook veelvuldig toegepast wordt, gaat uit van een cohort dat alleen het eigen pensioen beoordeelt en geen rekening houdt met de pensioenen van andere cohorten. Om de notie van pech- en gelukgeneraties in het probleem mee te nemen, nemen we in dit paper aan dat een cohort dat zich gelukkig zou prijzen met een verworven kapitaal als het de pensioenen van de voorgaande cohorten niet ziet, zich niet meer zo gelukkig prijst als het ziet dat het cohort ervoor veel meer heeft gekregen. We hanteren daarom in dit paper een andere nutsfunctie voor het probleem, waarbij cohorten hun opgebouwde pensioen vergelijken met dat van voorgaande cohorten.

Voordat we overgaan op de wiskundige definitie van onze voorgestelde nutsfunctie, geven we een klein voorbeeld ter illustratie ervan. Stel dat er twee cohorten zijn die een bepaalde tijd, Δt , na elkaar beginnen met opbouwen (en dus met pensioen gaan). In plaats van alleen naar het eigen pensioen te kijken, veronderstellen we dat een cohort meeweegt in hoeverre het pensioen verschilt van dat van een voorgaand cohort. Om een beter beeld te krijgen, zie de volgende afbeelding:



Het tweede cohort evalueert de hoogte van het eigen pensioen dus relatief aan dat van het eerste cohort. We gaan er in dit paper van uit dat cohorten een vergelijking toepassen op basis van het pensioenkapitaal in **nominale** termen, rekening houdend met de invloed van geldillusie (Fisher, 1928), waarvan de ernst empirisch wordt bevestigd door Darriet et al. (2020). Tevens blijft het probleem hetzelfde als we uitgaan van een deterministische inflatie.

Als het nominale pensioen lager (-) of hoger (+) uitvalt dan dat van het voorgaande cohort, willen we dus dat dit in de nutsfunctie 'afgestraft' of 'beloond' wordt. Dit houdt in dat we een vermindering in nut willen zien voor verlagingen in pensioen ten opzichte van voorgaande cohorten en een verhoging van dit nut als we een toename waarnemen. We hebben het hier dan dus over een *referentiegestuurd* individu, wiens referentiepunt het pensioen van het direct voorgaande cohort is. In deze zin kunnen we kwantificeren dat cohorten zich een 'pech-' of 'gelukgeneratie' kunnen voelen. Aangezien we in een wereld leven met veel meer dan twee cohorten, willen we deze formulering vertalen naar een 'doorlopende' variant. We introduceren daarom de volgende term, die staat voor de ratio van de pensioenkapitalen van twee opeenvolgende cohorten:

$$\Xi_T = \lim_{\Delta t \downarrow 0} \left(\frac{C_T}{C_{T-\Delta t}} \right)^{\frac{1}{\Delta t}}. \quad (4)$$

We kunnen dit ook schrijven als een functie van de cumulatieve rendementen behaald op het pensioenkapitaal:

$$\xi_T := \ln(\Xi_T) = \lim_{\Delta t \downarrow 0} \left(\frac{c_T - c_{T-\Delta t}}{\Delta t} \right). \quad (5)$$

Aangezien c_T staat voor de rendementen van het cohort dat met pensioen gaat op tijdstip T , kan (5) geïnterpreteerd worden als de rendementsverschillen tussen opeenvolgende cohorten. De nutsfunctie die we in dit paper toepassen, ziet er als volgt uit⁴:

$$U^I(C_T, \Xi_T) = \frac{C_T^{1-\gamma_I}}{1-\gamma_I} \Xi_T^{\alpha(1-\gamma_I)} = \frac{e^{(1-\gamma_I)(c_T + \alpha \xi_T)}}{1-\gamma_I}. \quad (6)$$

Merk op dat de nutsfunctie (6) toeneemt als de rendementen (en dus het pensioen) toenemen ten opzichte van het voorgaande cohort en afneemt als er sprake is van een daling. Dit betekent dat een cohort stukken minder tevreden is met het pensioen als het voorgaande cohort een hoger pensioen uitgekeerd kreeg. In zekere zin ervaren de deelnemers van het pensioenfonds dus een mate van jaloezie. Aangezien we een termijn in acht nemen waarin er veel meer dan twee cohorten zijn en ieder cohort zich op deze wijze vergelijkt met het voorgaande cohort, ontstaat er een doorlopend effect van generaties die zich aan elkaar meten. Op die manier hebben we een intergenerationale benchmark geïntroduceerd in de nutsfunctie. In hoeverre dit verschil tussen pensioenen - het 'intergenerationale karakter' - van belang is, wordt bepaald met de parameter $\alpha \geq 0$. Voor hogere waarden van deze 'intergenerationale risico-aversie' hechten deelnemers steeds meer waarde aan het niet lager willen zitten dan het voorgaande pensioen in plaats van aan het pensioen zelf. Daarentegen komt de nutsfunctie exact overeen met de klassieke nutsfunctie als $\alpha = 0$, dat wil zeggen: als het cohort niet kijkt naar voorgaande cohorten.

Als we onze nutsfunctie (6) beschouwen als het product van de klassieke CRRA-nutsfunctie en de intergenerationale benchmark, dan kunnen we de RRA⁵ van de

⁴ De notatie I staat voor intergeneracioneel.

⁵ Relatieve Risico Aversie.

vernieuwde nutsfunctie uitdrukken in twee aparte RRA's: één ten opzichte van het pensioenkapitaal (C_T) en de ander ten opzichte van de intergenerationale benchmark (Ξ_T). De eerste RRA is dan de constante γ_I , de ander luidt $1 + \alpha(\gamma_I - 1)$. De laatste RRA groeit dus met α én γ_I , waardoor er een wisselwerking ontstaat tussen het risico om op zichzelf te weinig pensioen te hebben en het risico om te weinig pensioen te hebben ten opzichte van het voorgaande cohort. Aangezien γ_I ook een constante RRA is, net als in de CRRA-nutsfunctie, gebruiken we hetzelfde symbool. Daarentegen wordt γ_I met het subscript I geschreven, om te benadrukken dat deze risico-aversie niet direct vergelijkbaar is met die van de klassieke nutsfunctie. Waardes voor γ_P , gevonden met experimenten of vragenlijsten, kunnen niet een-op-een overgenomen worden in deze nutsfunctie. Zoals te zien in het volgende hoofdstuk, bepalen we γ_I op een dergelijke manier, opdat de verwachte kapitalen met beide nutsfuncties even hoog zijn. Hoe het gebruik van deze vernieuwde nutsfunctie, als enige aanpassing aan het probleem, het optimaal beleggingsbeleid verandert, bespreken we in het volgende hoofdstuk.

3. Optimale intergenerationale belegging

Zoals ook op te maken valt uit sectie 2: om de kans op grote verschillen tussen cohorten - en dus op geluk- en pechgeneraties - te verkleinen, moeten we voornamelijk kijken naar de periodes waarin de cohorten met verschillende markten te maken hebben. In ons voorbeeld, geïllustreerd in de tijdlijn in figuur 2., gaat het dan over de tijd tussen 0 en Δt en tussen T en $T + \Delta t$. In het meest extreme geval, waarin we enkel deze twee cohorten hebben, zou het een keuze kunnen zijn om de blootstelling aan de markt in deze periodes tot nul te reduceren, opdat er geen enkel verschil kan ontstaan. Het moge duidelijk zijn dat dit een erg oninteressante strategie zou zijn wanneer we onszelf met meerdere cohorten vergelijken. Verder waarderen we ook nog het pensioen op zichzelf; de waardering daarvan zou afnemen als we enkel risicovrije beleggingen en dus lage rendementen hebben. Het optimum is een afweging tussen het verkleinen van verschillen tussen cohorten en ieder cohort zoveel mogelijk pensioen geven.

Het vernieuwde optimalisatieprobleem dat door ons behandeld is, heeft de volgende vorm:

$$\begin{aligned} \max_{\theta^I} \quad & [U^I(C_T, \Xi_T)] \\ \text{s.t.} \quad & dC_{t,T} = \theta_t^I C_{t,T} \frac{dS_t}{S_t} + (1 - \theta_t^I) C_{t,T} \frac{dB_t}{B_t}. \end{aligned} \quad (7)$$

Dit probleem hebben we opgelost; de oplossing voor een cohort dat op tijdstip $t = 0$ begint met opbouwen en op $t = 40$ met pensioen gaat is als volgt⁶:

$$\theta_t^I = \frac{\kappa}{\gamma_I \sigma} \frac{(e^{qt} - 1)(e^{q(40-t)} - 1)}{e^{40q} + 1} \quad (8)$$

waar θ_t^I dus de fractie van *totaal vermogen* duidt en een deterministische functie is van tijd-tot-pensioen. Dit betekent ook dat het in lijn is met artikel 14b, lid 1, van het BUP (2024)⁷, dat stelt dat het een langetermijnstrategie is. Onze strategie staat vast en wordt enkel bepaald door de waarde van de parameters. Kortom, onze oplossing is niet dynamisch van aard en de strategie wordt niet gewijzigd op basis van gerealiseerde rendementen.

De beleggingsfractie ten opzichte van totaal vermogen heeft waarde nul op $t = 0$ en $t = 40$, en bereikt haar maximum op $t = 20$. Hier is q een nieuwe risicoparameter, afhankelijk van α en γ_I , ofwel van de intergenerationale risico-aversie en de individuele risico-aversie, en als volgt gedefinieerd:

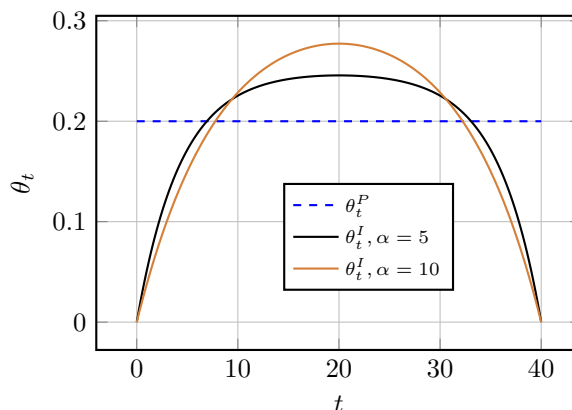
$$q = \sqrt{\frac{\gamma_I}{(\gamma_I - 1)\alpha^2}} \quad (9)$$

De parameter q is dus een afnemende functie van γ . Evenzo heeft α een verminderend effect op q .

⁶ Wiskundig bewijs op aanvraag.

⁷ Besluit uitvoering Pensioenwet en Wet verplichte beroepspensioenregeling.

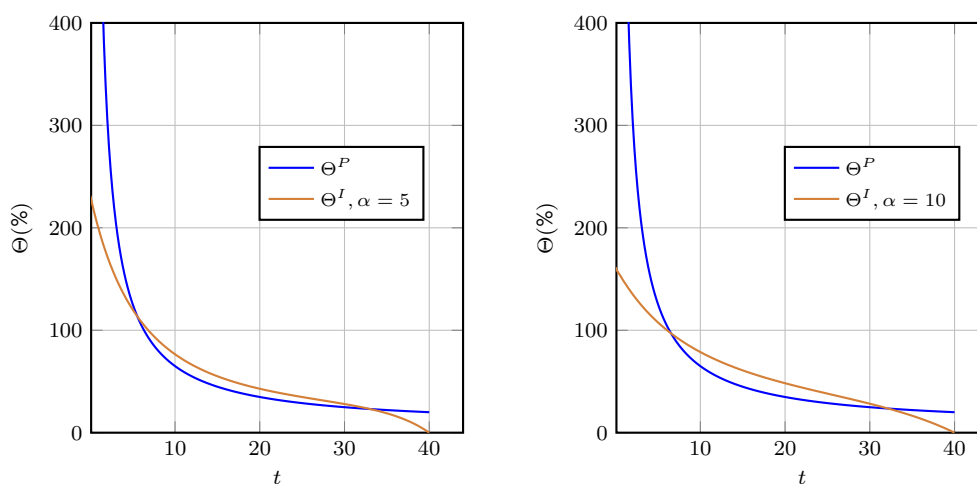
We laten het verloop van de investering eerst als fractie van *totaal vermogen* zien en in de figuur erna ook als fractie van *financieel vermogen*. In beide gevallen wordt de klassieke investeringsstrategie getoond ter vergelijking.



Figuur 2. Optimale ‘intergenerationale’ en ‘CRRA’-fractie van totaal vermogen geïnvesteerd in de riskante portefeuille voor $\gamma_P = 5$ en verschillende waarden van α .

Uit figuur 2 valt op te maken dat de optimale ‘intergenerationale’ investeringsstrategie (θ^I) sterk verschilt van de klassieke CRRA investeringsstrategie. We zien dat er aan het begin én aan het einde van de opbouwfase sprake is van een lagere risicoblootstelling dan in de CRRA-life cycle. In de andere periodes, ertussenin, wordt daarentegen veel riskanter belegd. De gedachte hierachter is dat de cohorten in de periodes aan het begin en het eind niet dezelfde beleggingsrendementen ervaren, terwijl dit voor de middenperiodes wel het geval is. Dit betekent dat er gedurende ‘gezamenlijke periodes’ veel riskanter belegd mag worden om wel rendementen te behalen die vergelijkbaar zijn met die van CRRA. Hier staat tegenover dat er in de periodes waarin niet alle cohorten opbouwen (de uiteinden) minder risico gelopen wordt; dit ter nivellering. Dit effect is in figuur 2 het duidelijkst te zien voor $\alpha = 10$. Als er geen enkele waarde wordt gehecht aan het verschil met andere cohorten ($\alpha = 0$), dan convergeert de oplossing naar θ^P .

Als de intergenerationale investering wordt uitgedrukt in termen van financieel vermogen (zie de life cycle in figuur 3), dan zien we twee grote verschillen met de CRRA-investering. Ten eerste: er is geen sprake van de enorme *leverage* aan het begin van de opbouwfase. Zo zien we bijvoorbeeld voor $\gamma_P = 5$ met $\alpha = 10$ dat er op het beginpunt überhaupt nauwelijks sprake van leverage is. Deze beperkte leverage is het resultaat van de derisking die we zien in figuur 2 samen met het financieel vermogen dat op $t = 0$ met een waarde van 0 begint. Hierdoor krijgen we in de fractie ten opzichte van het financieel vermogen een breuk waarvan de teller en noemer naar 0 gaan in de limiet, wat dus resulteert in een beperkte leverage. Ten tweede zien we dat Θ^I voor hogere waarden van α haast lineair in tijd-tot-pensioen is, terwijl Θ^P een convexe functie is. Deze twee eigenschappen heeft de optimale intergenerationale life cycle gemeen met de regel die in de praktijk dikwijls wordt toegepast, waarbij bijvoorbeeld $(100 - \text{leeftijd})\%$ geïnvesteerd wordt in de marktportefeuille.



Figuur 3. Optimale 'intergenerationale' en 'CRRA'-fractie van financieel vermogen geïnvesteerd in de riskante portefeuille voor $\gamma_P = 5$ en $\alpha = 5$ of $\alpha = 10$.

In figuur 2 en 3 is, net als in de rest van dit paper, de verhouding tussen de risico-aversieparameters gebaseerd op het constant houden van het *verwachte* pensioen met beide nutsfuncties, omdat dit de vergelijking zo eerlijk en duidelijk mogelijk houdt. We nemen in onze illustraties en analyse de parameterwaardes $\alpha = \{5, 10\}$, $\gamma_P = 5$ mee en in die gevallen hebben we ook de waardes voor γ_I berekend waarvoor de *verwachte* pensioenen hetzelfde blijven. De waardes die we vinden zijn $\gamma_I = 4$ bij $\alpha = 5$ en $\gamma_I = 3$ bij $\alpha = 10$.

In welke mate deze verandering in de life cycle nivelleert, demonstreren we in de volgende twee hoofdstukken.

4. Scenariopaden

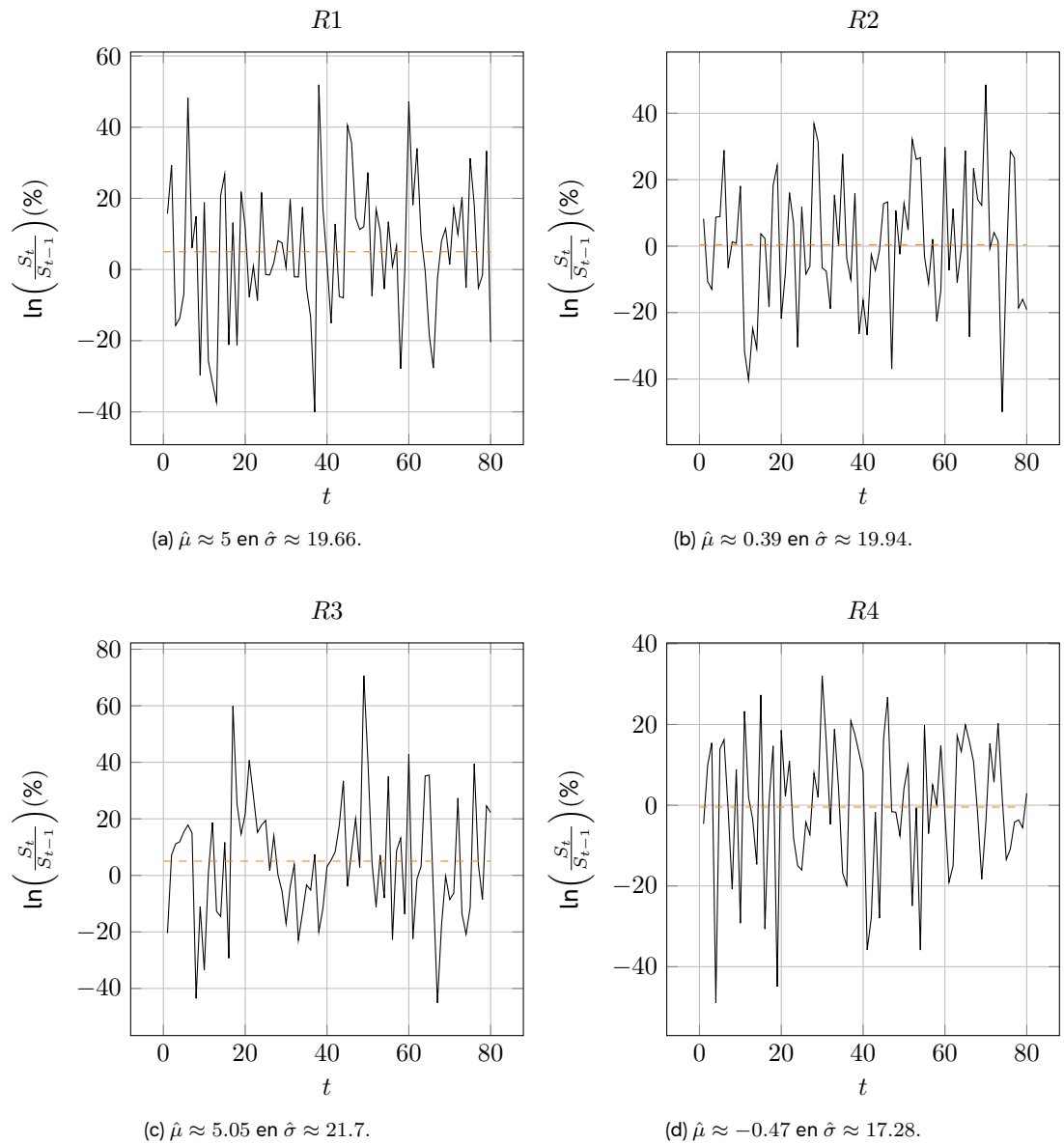
In dit hoofdstuk nemen we de opgebouwde pensioenen van verschillende cohorten onder de loep en maken we de vergelijking tussen i) een beleggingsbeleid waarin de pensioenfondsen de klassieke oplossing hanteren en ii) een beleggingsbeleid waarin zij de intergenerationale oplossing toepassen.

We simuleren een aandeel (S_t) dat zich, tachtig jaar lang, dagelijks ontwikkelt. Zoals eerder vermeld, volgt het aandeel een geometrische Brownse-beweging en is de risicovrije rente constant. Het bedrag dat door een cohort is opgebouwd na veertig jaar werken, C_T , is afhankelijk van de fractie die geïnvesteerd is in het aandeel en de daarbij gepaard gaande prestaties van het aandeel. Voor het gemak gaan we uit van een eerste cohort dat begint met opbouwen op tijdstip $t = 0$. Als we uitgaan van veertig jaarlijkse cohorten, dan is de periode waarin pensioenen worden uitgekeerd $t \in [41, 80]$.

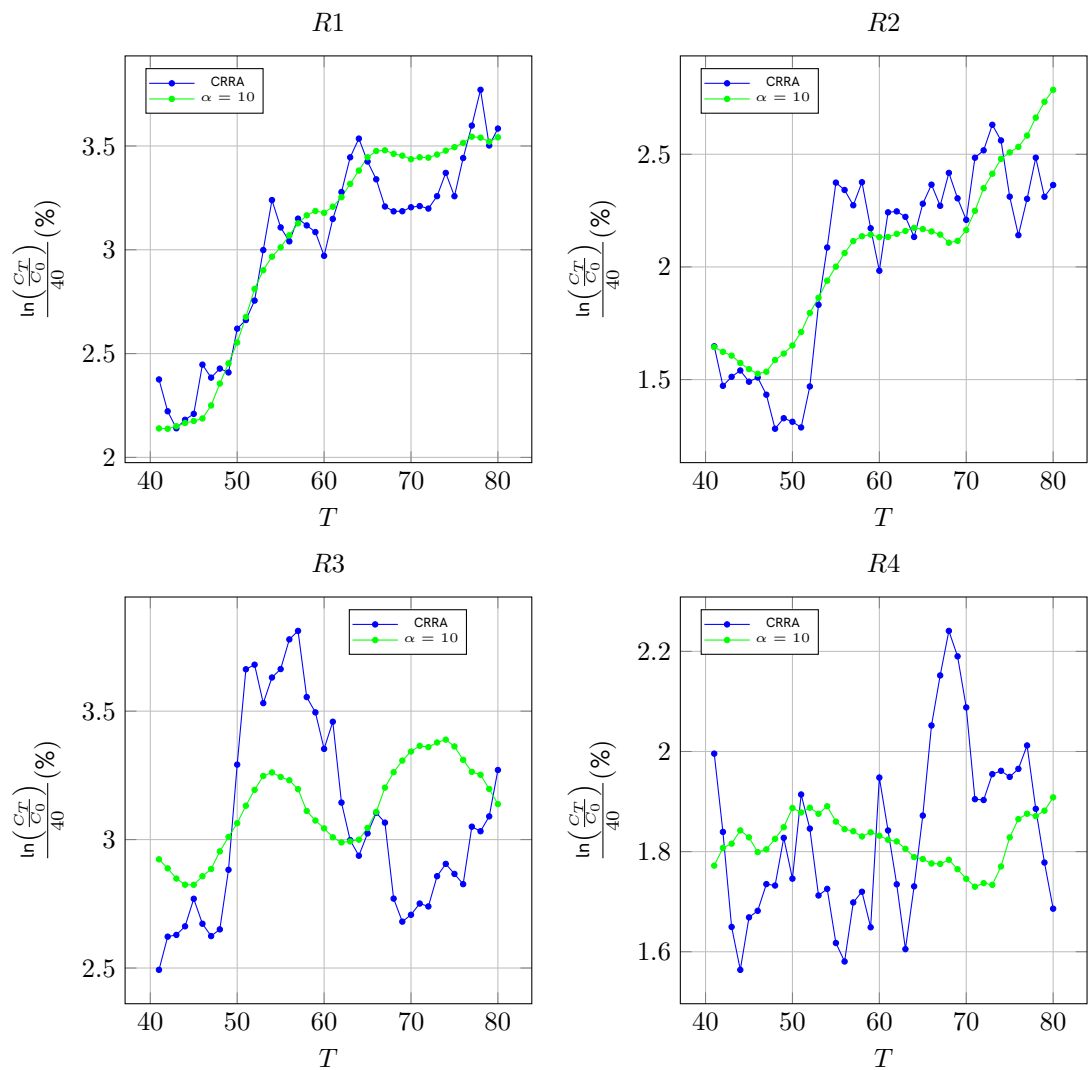
Om het nut van de nieuwe investeringsstrategie te demonstreren, nemen we vier situaties waarin het aandeel zich steeds anders ontwikkelt. We verwijzen respectievelijk naar deze vier mogelijke scenario's als $R1$, $R2$, $R3$, $R4$. In de eerste situatie ($R1$) hebben we te maken met een aandeel dat redelijk stabiel is met over het algemeen positieve rendementen. Er doen zich geen grote dalingen voor en het neemt vooral aan het einde veel toe, waardoor late generaties 'geluk' hebben. In de tweede situatie ($R2$) is de financiële markt een stuk minder rooskleurig: het aandeel kent stevige dalingen en de waarde groeit niet veel gedurende de tachtig jaar. In $R3$ lijkt het verloop van het aandeel op dat van $R1$, maar is er nog een stevige daling na de periode van stijgingen. In het laatste scenario hebben we te maken met een aandeel dat lange tijd onderpresteert. In figuur 4 tonen we grafisch het verloop van de jaarlijkse rendementen van het aandeel in alle scenario's.

De vraag die we willen beantwoorden is in hoeverre er pechgeneraties zijn als de klassieke life cycle gevolgd wordt en in hoeverre deze voorkomen worden door de life cycle die we hebben beschreven in het vorige hoofdstuk. Hierbij maken we nog géén gebruik van een solidariteitsreserve. We vergelijken daarom in de tweede figuur dan ook de pensioenen in twee verschillende situaties, voor ieder van de vier scenario's. In de eerste situatie wordt het klassieke beleid gevolgd, terwijl in de tweede situatie voor de intergenerationale life cycle, θ^I , gekozen is, met $\alpha = 10$. Als voorheen wordt γ_P vastgezet en wordt γ_I bepaald opdat de twee life cycles dezelfde *verwachte* pensioenen hebben. Aangezien we de opgebouwde pensioenen willen vergelijken in een zo algemeen mogelijke setting, tonen we in figuur 5 de gemiddelde jaarlijkse rendementen van de cohorten in procenten, in plaats van de pensioenen in euro's.

Optimaal beleggen met intergenerationale benchmarking



Figuur 4. Vier scenario's jaarlijkse rendementen aandeel. Parameters zijn vastgesteld op $\mu = 0.06$ en $\sigma = 0.2$. Gerealiseerde waardes gedeeld onder ieder figuur, waarbij de oranje lijn het gerealiseerd gemiddelde plot. Waardes worden weergegeven in procenten.



Figuur 5. Simulatie vier scenario's pensioenen. Parameters zijn vastgesteld op $r = 0.02$, $\mu = 0.06$, $\sigma = 0.2$ en $\gamma_P = 5$. Weergegeven worden de gemiddelde jaarlijkse rendementen voor alle cohorten.

In de figuur zien we de gemiddelde jaarlijkse rendementen als de klassieke life cycle gevolgd wordt ('klassieke cohorten', blauw) en als de life cycle gevolgd wordt die dit paper voorstelt ('intergenerationale cohorten', groen). Ieder punt in de grafiek staat voor de gemiddelde gerealiseerde jaarlijkse rendementen van het cohort dat met pensioen gaat op tijdstip T . Zo hebben de eerste cohorten die met pensioen gaan in scenario $R1$ respectievelijk een gemiddeld jaarlijks rendement behaald van (ongeveer) 2.38% en 2.14%. Dit betekent dat deze cohorten cumulatieve rendementen hebben behaald van $40 * 2.38\% = 95.2\%$ en $40 * 2.14\% = 85.6\%$. Het doel van onze life cycle is de verschillen in rendementen tussen cohorten verminderen, terwijl de hoogte van de rendementen vergelijkbaar blijft met de rendementen die behaald worden wanneer de klassieke life cycle gevolgd wordt. Kortom, een horizontale lijn in de figuur zou duiden op geen enkel verschil tussen cohorten, terwijl een steile lijn grote verschillen kenmerkt.

We zien dat in scenario $R1$ de pensioenen eigenlijk alleen maar stijgen, wat niet gek is als

we naar de marktportefeuille in deze situatie kijken. Desalniettemin zien we dat de blauwe lijn een stuk 'schokkeriger' stijgt dan de groene. Dit betekent dat de intergenerationale cohorten veel minder verschillen kennen tussen de pensioenen van cohorten die kort op elkaar volgen. Zo zien we bijvoorbeeld dat de sterkste daling in gemiddelde jaarlijkse rendementen tussen opeenvolgende cohorten die de klassieke life cycle volgen -0.27% is, terwijl de intergenerationale cohorten slechts -0.02% als grootste verschil kennen. Dit betekent respectievelijk een verschil van ongeveer 10.8% en 0.8% in cumulatieve rendementen. Verder zijn de pensioenen op een vergelijkbaar niveau, waarbij soms de blauwe lijn hoger ligt en soms de groene.

In *R2* zien we een scenario waarin het aandeel eerst sterk daalt, waarna het een tijdje stabiel is en aan het einde nog sterk stijgt. We zien in de pensioenen wederom dat de verschillen tussen opeenvolgende cohorten vele malen kleiner zijn. Zo tekent zich zeker tussen $T = 51$ en $T = 55$ een periode af waarin de verschillen voor de klassieke cohorten wel erg groot zijn. In vier jaar zien we een stijging van 1.09% in gemiddelde jaarlijkse rendementen, oftewel een verschil van meer dan 40% in cumulatieve rendementen. Het cohort dat met pensioen gaat op $T = 51$ mag zich met recht een pechgeneratie noemen. Daarentegen zien we bij de intergenerationale cohorten een toename in deze periode van 11.61% in termen van cumulatieve rendementen, wat ervoor zorgt dat het cohort dat met pensioen gaat op $T = 51$ een stuk minder pech ervaart. Verder zien we dat de pensioenen van de klassieke cohorten regelmatig sterke dalingen kennen, terwijl de rendementen van de intergenerationale cohorten een redelijk stabiele stijging volgen.

Van alle scenario's zien we in *R3* de grootste daling in pensioen voor de intergenerationale cohorten. Hier ervaart het cohort dat met pensioen gaat op $T = 64$ rendementen die stukken lager liggen dan pakweg tien jaar ervoor. Deze verlaging loopt op tot ongeveer 10.5% in termen van cumulatieve rendementen. Daarentegen zien we dat de klassieke cohorten in een veel kleiner tijdsbestek een veel groter verlies ervaren. Zo hebben de klassieke cohorten die met pensioen gaan op $T = 61$ en $T = 62$ al te maken met een verlaging in termen van cumulatieve rendementen van bijna 12.6% . Tevens zien we dat de verschillen tussen opeenvolgende cohorten nihil zijn als het intergenerationale beleid wordt gevolgd, terwijl deze in het klassieke beleid vrij stevig kunnen zijn.

Ten slotte, in *R4*, wordt het nut van de intergenerationale life cycle extra benadrukt. Het aandeel doet het over het algemeen tamelijk slecht en wordt gekenmerkt door sterke schommelingen. Hierdoor zien we ook direct een grote variantie in de pensioenen van opeenvolgende cohorten die de klassieke life cycle volgen. Zo zien we bijvoorbeeld van $T = 60$ tot $T = 71$ eerst een sterke daling, gevolgd door een enorme stijging, waarna er in een paar jaar tijd weer bijna een halvering van de rendementen plaatsvindt. Zo kunnen de klassieke cohorten die een paar jaar voor $T = 68$ met pensioen gingen zich beklagen over het grote verschil dat ze ervaren in rendementen ten opzichte van de jaren erna. Dit geldt evenwel voor de klassieke cohorten net na $T = 68$. Daarentegen fluctueren de pensioenen

van de intergenerationale cohorten amper. De hoogte van de pensioenen van beide type cohorten ligt gemiddeld gezien net zo hoog, maar waar de klassieke life cycle resulteert in grote fluctuatie, zien we bij de intergenerationale cohorten een grote mate van gelijkheid.

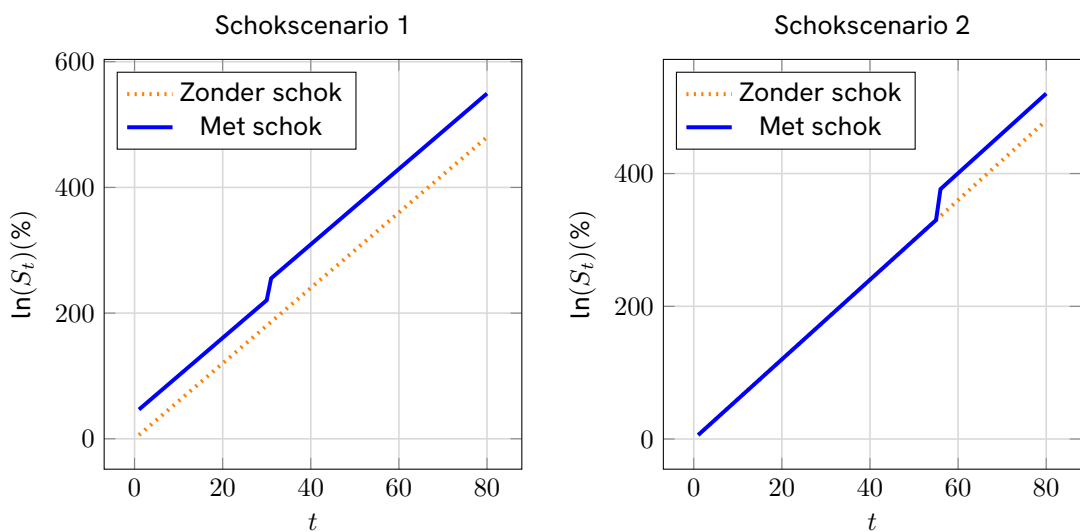
Kort samengevat, tonen de vier verschillende scenario's van marktwerking dat de intergenerationale life cycle effectief werkt in het voorkomen van grote verschillen tussen pensioenen van cohorten. In iedere situatie zien we dat direct opeenvolgende cohorten nauwelijks verschillen kennen en dat het verloop van de pensioenen *geleidelijker* is dan wanneer de CRRA-life cycle belegd wordt. Bovendien constateren we gemiddeld gezien geen daling ten opzichte van de CRRA-life cycle. Dit betekent dat er, zonder vermogensverlies, al grote stappen in nivellering gemaakt kunnen worden, slechts door aanpassing van het beleggingsbeleid in de opbouwfase. Het voordeel hiervan is dat dit gebruikt kan worden in combinatie met andere methodes, waarbij vermogens of risico gespreid worden.

5. Impulsrespons

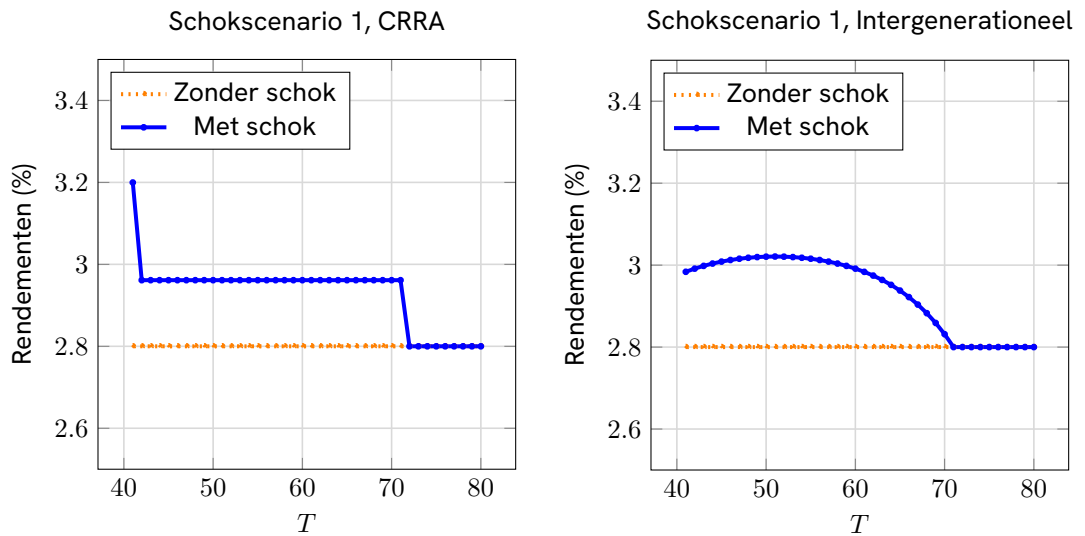
In dit hoofdstuk kijken we naar het vermogen van het beleggingsbeleid om schokken op te vangen, ofwel: de impulsrespons. Dit is van belang, omdat we willen weten in welke mate de rendementen fluctueren bij een plotselinge ‘sprong’ in de markt. Om het zo duidelijk mogelijk te illustreren gaan we uit van een vereenvoudigde situatie waarin het aandeel constante rendementen kent en geen volatiliteit. Hierdoor kunnen we makkelijk observeren wat het effect is van een schok op één of meerdere tijdstippen, op de beleggingsrendementen van opeenvolgende cohorten.

We hebben dus een markt die zich compleet voorspelbaar (deterministisch) gedraagt, met een constante toename, waardoor de pensioenen, bij afwezigheid van een schok, altijd gelijk zijn aan elkaar. De schok die we in de markt observeren kan een sprong omhoog (toename) of omlaag (afname) zijn en vindt plaats ergens tussen de eerste dag van het eerste jaar van opbouw en de laatste dag van jaar 80. Als een cohort een toename meemaakt, hebben deelnemers in zekere zin geluk ten opzichte van andere cohorten. Een sterke afname kan dan weer indicatief zijn voor een pechgeneratie. Om alle mogelijkheden de revue te laten passeren, bekijken we twee scenario’s. Beide scenario’s hebben alleen toenames, aangezien afnames hetzelfde beeld laten zien (maar dan gespiegeld).

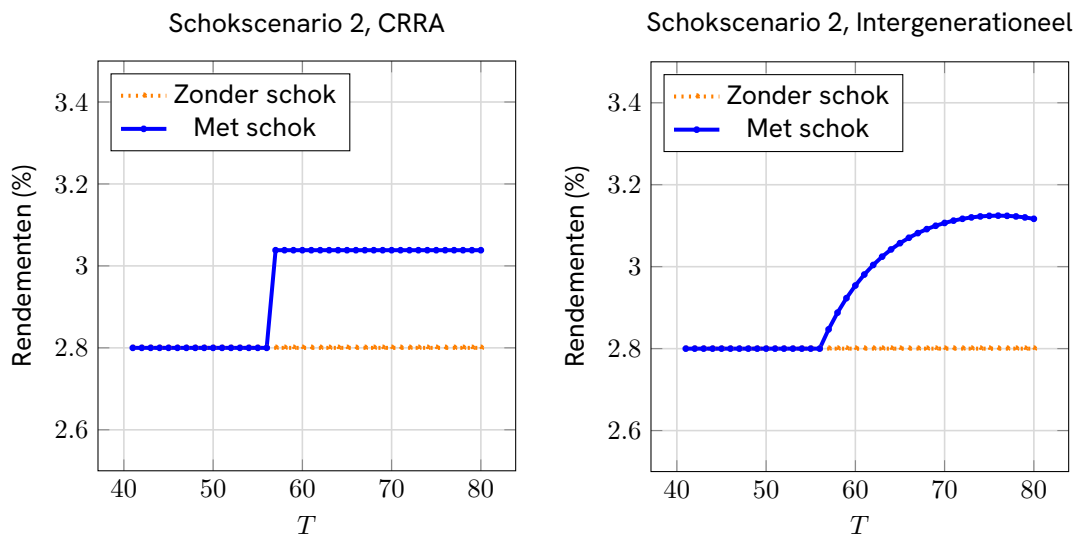
In scenario 1 hebben we te maken met twee schokken van 50%; de eerste helemaal aan het begin, de tweede na dertig jaar. Dit betekent dat de latere generaties enigszins pech hebben. In scenario 2 hebben we opnieuw te maken van een toename van 50%, maar dan meer aan het einde van de periode (na 55 jaar), waardoor de latere generaties juist geluk hebben. Zie hieronder de grafische weergave van de scenariopaden voor (het logaritme van) het aandeel. Meteen daaronder volgen de afbeeldingen die laten zien hoe de rendementen (pensioenen) reageren op deze schokken.



Figuur 6. Vergelijking van Impulse Response voor aandeel in scenario 1 en scenario 2.



Figuur 7. Effect schok op gemiddelde jaarlijkse rendementen van de veertig cohorten, scenario 1.



Figuur 8. Effect schok op gemiddelde jaarlijkse rendementen van de veertig cohorten, scenario 2.

We zien in de grafieken van de schokscenario's de gemiddelde jaarlijkse rendementen voor wanneer er geen schok komt (oranje) en wanneer de schok zich wel voordoet (blauw). Het verschil tussen de lijnen laat zien hoe de schok opgevangen wordt door de cohorten. Iedere punt op de figuur illustreert wederom een cohort dat op tijdstip T met pensioen gaat. De linker figuur toont beide keren de gemiddelde jaarlijkse rendementen van cohorten die de klassieke life cycle volgen, de tweede figuur van cohorten die de intergenerationale life cycle volgen.

Het effect van *smoothing*, dat we ook in het vorige hoofdstuk zagen, is hier duidelijk aanwezig. In plaats van een steile toename of afname, zien we een langzaam maar zekere op- of afbouw. In beide scenario's, ongeacht het moment dat de schok plaatsvindt, worden de effecten verspreid over de jaren. Zo ervaart het klassieke cohort dat op $T = 42$ met pensioen gaat (ten opzichte van het eerste cohort) in scenario 1 een afname in totale rendementen van

iets meer dan 9.5%. De sterkste afname tussen opeenvolgende intergenerationale cohorten is daarentegen net iets meer dan 1.25%. Met de toenames in scenario 2 zien we vergelijkbare omstandigheden. Dit toont dat grote verschillen tussen snel opeenvolgende cohorten sterk afnemen en dat de verschillen meer verspreid worden over de jaren. Dit betekent dat de intergenerationale life cycle die dit paper voorstelt op een veel wenselijkere manier schokken opvangt, aangezien het voorkomt dat er pech- of gelukgeneraties ontstaan.

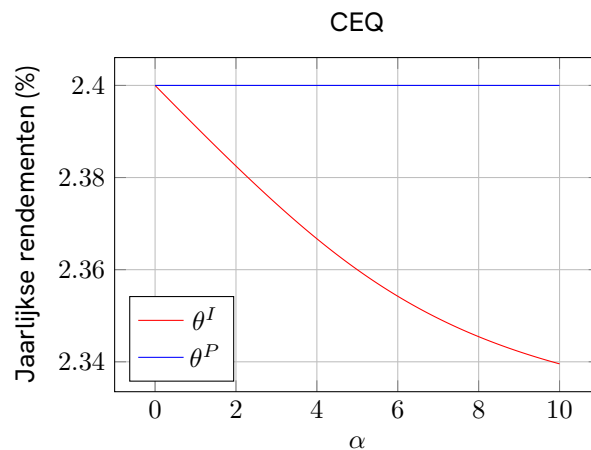
Het grote voordeel van de intergenerationale beleggingswijze, dat we waargenomen hebben in de scenariopaden en de impulsrespons, zit 'm erin dat de verschillen al verkleind worden door alleen het investeringsbeleid aan te passen van ieder cohort gedurende de opbouwfase. Het grootste verschil met andere bekende methodes, zoals de Ortec-methode (De Groot en Bakker, 2022) en de variabele uitkering met garantie (Kokken et al., 2024), is dat ons model uitgaat van zelfvoorzienende cohorten, in plaats van solidaire individuen. Dit betekent dat er ruimte overblijft voor verdere herverdeling door een vorm van solidariteit toe te voegen aan het model. Onze intergenerationale investeringsstrategie is dus goed te combineren met methodes die gebruikmaken van vermogenstransfers of methodes die zich richten op gelijktrekking van de pensioenen gedurende de afbouwfase.

6. Welvaartsimpact voor CRRA nutsfunctie

We gaan er in ons model van uit dat deelnemers van het pensioenfonds de tevredenheid over hun pensioen baseren op het eigen pensioen en dat van het direct voorgaande cohort. In de klassieke CRRA-nutsfunctie wordt uitgegaan van een participant die het eigen opgebouwde kapitaal op zichzelf beoordeelt, zonder vergelijking met het voorgaande cohort. In deze sectie laten we het welvaartsverlies zien, bij een verkeerde specificatie van de nutsfunctie.

Het eerste mogelijke welvaartsverlies treedt op wanneer er geïnvesteerd wordt volgens de Merton-fractie (1969)(3), terwijl onze intergenerationale nutsfunctie (6) de werkelijke wijze is waarop het cohort het pensioen evalueert. Aangezien er dan ook belegd wordt aan het absolute begin en eind van de opbouwfase, kent ξ_T oneindige variantie. Dit resulteert dan ook in 'oneindig welvaartsverlies' als de Merton-fractie (3) wordt geïnvesteerd in combinatie met waardering volgens onze nutsfunctie (6).

Anderzijds is het welvaartsverlies dat optreedt bij de intergenerationale investeringsstrategie (8), terwijl het cohort het pensioen volgens de klassieke CRRA-nutsfunctie (1) evalueert wél beperkt. We drukken dit uit in termen van verschil in *certainty equivalents* (CEQ). Met andere woorden: we kijken naar het verschil in deterministische (jaarlijkse) rendementen die het cohort evenveel nut zouden geven als de kansvariabele C_T , waarbij de verdeling van C_T afhankelijk is van het beleggingsbeleid. We tonen grafisch de CEQ voor beide verdelingen van C_T , waarbij α waarden aanneemt tussen 0 en 10. Verder voegen we een tabel toe met het verschil in CEQ waarden, voor enkele specifieke parameterwaarden.



Figuur 9. CEQ in termen van jaarlijkse rendementen als functie van α .

Per definitie geeft iedere investeringsstrategie die niet de Merton-fractie(1969) is een lagere CEQ. Het is dan belangrijk om te zien in welke mate de andere beleggingsstrategie suboptimaal is, wanneer de CRRA-nutsfunctie wordt aangenomen als evaluatiefunctie. Zoals te zien in figuur 9, is het welvaartsverlies minimaal wanneer onze investeringsstrategie θ^I gebruikt wordt, terwijl de aangenomen nutsfunctie de CRRA functie, U^P , is. Zo zien we dat

het verlies in CEQ 0.06% per jaar is, wat neerkomt op een cumulatief verschil van 2.4% over veertig jaar. In de volgende tabel hebben we nog enkele specifieke waardes bijgevoegd.

Welvaartsverlies	$\alpha = 1$	$\alpha = 5$	$\alpha = 10$
$\gamma_P = 2$	0.017	0.077	0.121
$\gamma_P = 5$	0.009	0.040	0.060
$\gamma_P = 10$	0.005	0.021	0.032

Tabel 1. Welvaartsverlies in termen van jaarlijkse rendementen, uitgedrukt in procenten (%).

Uit de tabel wordt ook duidelijk dat het welvaartsverlies een toenemende functie van α is - al is de toename beperkt - en een afnemende functie van γ_P . We zien voor $\gamma_P = 5$ of $\gamma_P = 10$ geen grote verliezen, bij $\gamma = 2$ en $\alpha = 10$ ervaren we een verlies van iets meer dan 0.10 procentpunt per jaar. Al met al is het welvaartsverlies beperkt wanneer we investeren volgens de intergenerationale strategie en waarderen volgens de CRRA-nutsfunctie, ook voor grotere waardes van α . In de andere richting, wanneer men de Merton-fractie (1969) belegt en waardeert volgens de intergenerationale nutsfunctie, is het verlies oneindig groot. Dit suggereert dat de intergenerationale beleggingswijze robuuster is ten opzichte van een verkeerde specificatie en daarmee, wanneer we grote welvaartsverliezen willen vermijden, de veiligste optie.

7. Conclusie

In dit paper hebben we gekeken naar een manier om pech- en gelukgeneraties te voorkomen met een aanpassing van het beleggingsbeleid gedurende de opbouwfase, nog zonder enige vorm van vermogenstransfers. Dit hebben we vormgegeven door het standaard Merton-probleem (1969) aan te passen, zodat het een 'intergenerationeel' karakter krijgt. Deze intergenerationale component is terug te vinden in de gehanteerde nutsfunctie, die niet alleen het eigen opgebouwde vermogen (bij aanvang van het pensioen) in acht neemt, maar ook naar het verschil kijkt tussen dit vermogen en dat van het cohort dat ervoor met pensioen ging. Aangezien er meerdere cohorten zijn over de lange termijn en ieder cohort het eigen pensioen meet in vergelijking met het pensioen van het voorgaande cohort, krijgen we een doorlopend effect van generaties die zich met elkaar meten.

We zien dat deze aanpassing van de nutsfunctie al een groot effect heeft op het optimale beleggingsbeleid. Ten eerste is er in de optimale 'intergenerationale' life cycle geen sprake meer van de 'oneindige' leverage die we zien in de klassieke CRRA-oplossing. Verder zien we een lagere risicoblootstelling in de periodes waarin (opeenvolgende) cohorten niet allebei investeren - de 'individuele' periodes. Dit vindt plaats aan het begin en aan het einde van de opbouwfase. Hoe hoger de 'intergenerationale' parameter, α , hoe groter deze periodes worden. Daarentegen is de fractie die geïnvesteerd wordt in de markt hoger ten tijde van periodes waarin deze cohorten wel allebei investeren - de 'gezamenlijke' periodes. Deze periode bevindt zich uiteraard tussen de twee 'individuele' periodes.

Uit deze lagere en hogere exposure in verschillende periodes blijkt dat de oplossing een afweging is tussen rendementen behalen en het gelijktrekken van de rendementen van opeenvolgende cohorten. Ten slotte zien we ook nog dat de 'intergenerationale' life cycle veel meer lijkt op de life cycle die we vaak tegenkomen in de praktijk: de lineaire (100 – leeftijd)%-regel. Dit suggereert dat de nutsfunctie die dit paper voorstelt dichterbij de buurt komt van de beschrijving van het cohort waarmee pensioenfondsen in de praktijk al rekening houden.

Hierna hebben we een simulatie van verschillende scenariopaden uitgevoerd, om het effect van de nieuwe life cycle te evalueren en te vergelijken met de klassieke CRRA-life cycle. We hebben vier scenariopaden gesimuleerd van het riskante aandeel waarin geïnvesteerd kan worden, gedurende tachtig jaar. In deze tachtig jaar zijn er veertig cohorten die investeren in dit aandeel en die ieder een opbouwfase van veertig jaar hebben. Het eerste cohort begint met opbouwen op $t = 0$ en het laatste gaat met pensioen op $t = 80$. Uit de resultaten kunnen we de doeltreffendheid van het beleid goed waarnemen. Zo is het verschil in rendementen (en dus pensioenen) tussen opeenvolgende cohorten drastisch verkleind. In plaats van grote fluctuaties op de korte termijn zien we dat de ontwikkeling van rendementen veel geleidelijker verloopt, zonder grote sprongen. Het grote voordeel is dat deze nivellering mogelijk is zonder dat er sprake is van een daling van het *verwachte*

pensioen. Ter voorkoming van pechgeneraties, zonder algemeen pensioenverlies, is het dus een doeltreffende en effectieve oplossing.

Daarnaast hebben we een impulsresponsanalyse uitgevoerd, om te kijken in hoeverre de verschillende life cycles in staat zijn schokken in de rendementen van het riskante aandeel op te vangen. We zien dat de intergenerationale life cycle de stijging (of daling) van de rendementen verspreidt, terwijl de cohorten bij de klassieke life cycle de schok direct ervaren. Kortom, net als in de simulatie in hoofdstuk 4, wordt ook hier duidelijk dat grote verschillen tussen snel opeenvolgende cohorten sterk verkleind worden. Dit is een illustratie van de effectiviteit van de beoogde nivellering van de intergenerationale life cycle.

Ten slotte hebben we gekeken naar het welvaartsverlies bij een verkeerde specificatie van de nutsfunctie. Hieruit is naar voren gekomen dat het gebruik van de CRRRA-beleggingsstrategie met onze intergenerationale nutsfunctie tot oneindig welvaartsverlies leidt, terwijl onze intergenerationale beleggingsstrategie met de CRRRA-nutsfunctie een zeer beperkt effect heeft. Dit suggereert dat onze beleggingsstrategie robuust is ten opzichte van een eventuele verkeerde specificatie van de nutsfunctie.

Kortom, dit paper stelt een intergenerationale life cycle voor die pechgeneraties voorkomt door de verschillen in pensioenen tussen opeenvolgende cohorten te verkleinen, zonder dat er sprake is van een pensioenverlaging ten opzichte van de klassieke life cycle. Het grote voordeel van deze methode is dat er tijdens de opbouwfase al nivellering plaatsvindt tussen cohorten, nog zonder dat er sprake is van enige vorm van risicodeling of vermogenstransfers. Het is dus een middel dat *ernaast* gebruikt kan worden. Wij stellen dan ook vervolgonderzoek voor naar de mogelijke invulling van een solidariteitsreserve, gegeven dat deze intergenerationale life cycle al tot de beschikking staat.

Referenties

- (2023). Nieuwe pensioenwet: wat betekent het voor u?
- (2024). Besluit uitvoering Pensioenwet en Wet verplichte beroepspensioenregeling. Wetten.nl.
- Benzoni, L., Collin-Dufresne, P., en Goldstein, R. S. (2007). Portfolio choice over the life-cycle when the stock and labor markets are cointegrated. *The Journal of Finance*, 62(5), 2123-2167.
- Black, F. en Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, 81(3), 637-654.
- Bovenberg, L., van Bilsen, S., en Laeven, R. (2020). Consumption and portfolio choice under internal multiplicative habit formation. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 55(7), 2334 - 2371.
- Constantinides, G. M. (1990). Habit formation: A resolution of the equity premium puzzle. *Journal of Political Economy*, 98(3), 519-543.
- Darriet, E., Guille, M., Vergnaud, J.-C., en Shimizu, M. (2020). Money illusion, financial literacy and numeracy: Experimental evidence. *Journal of Economic Psychology*, 76, 102211.
- De Groot, C. en Bakker, M. (2022). Hogere en stabielere pensioenen dankzij solidariteitsreserve. *Ortec Finance*.
- Fisher, I. (1928). *The Money Illusion*. Adelphi.
- Kokken, M., Werker, B., en Nijman, T. (2024). Garanties in het nieuwe pensioenstelsel. *Netspar Industry Paper*, (239).
- Merton, R. C. (1969). Lifetime portfolio selection under uncertainty: The continuous-time case. *The review of Economics and Statistics*, (pp. 247-257).
- Merton, R. C. (1971). Optimum consumption and portfolio rules in a continuous-time model. *Journal of Economic Theory*, 3(4), 373-413.
- Ponds, E. en Webers, E. (2024). Solidariteitsbuffer en solidariteitsvoorkeuren. *Netspar Design Paper*, (238).
- van Bilsen, S., Mehlkopf, R., en Pelsser, A. (2021). De voordelen van de solidariteitsreserve ontrafeld. *VBA jaarnaal*, (148), 45-52.
- von Neumann, J. en Morgenstern, O. (2004). *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton University Press.



Network for Studies on
Pensions, Aging and Retirement

Dit is een publicatie van Netspar
Februari 2025

T +31 13 466 2109
E info@netspar.nl

[netspar.nl](https://www.netspar.nl)