Network for Studies on Pensions, Aging and Retirement

NETSPAR INDUSTRY SERIES

Herverdelingseffecten van verschillende projectierentes in verbeterde premieregelingen vanuit aanspraken

Johan Bonekamp, Lans Bovenberg, Theo Nijman, Bas Werker

OCCASIONAL-06 / 2016

Achtergrondnotitie:

Herverdelingseffecten van verschillende projectierentes in verbeterde premieregelingen vanuit aanspraken

Johan Bonekamp, Lans Bovenberg, Theo Nijman en Bas Werker

Oktober 2016

Dit document bevat een technische beschrijving van het model waarmee de cijfers geproduceerd zijn in de Tabel van het *Onderzoeksrapport: Herverdelingseffecten van verschillende projectierentes in verbeterde premieregelingen*. Dit paper redeneert vanuit aanspraken. Bonekamp e.a. (2016), daarentegen, redeneert vanuit vermogen per horizon. Het is mogelijk om, zie appendix II in Bonekamp e.a. (2016), te laten zien dat beide benaderingen tot dezelfde pensioenbetalingen leiden.

Deze notitie beschrijft de aannamen en berekeningen die ten grondslag liggen aan de herverdelingseffecten die ontstaan in verbeterde premieregelingen indien gebruik gemaakt wordt van horizononafhankelijke projectierentes ongelijk aan de risicovrije rente. De berekeningen zijn geïmplementeerd in een bijbehorend Excel bestand.

Financiële markt

Deze notitie is gebaseerd op een zogenaamde Merton financiële markt waarin aandelenrendementen onderling onafhankelijk en identieke verdeeld zijn over de tijd. De (rekenkundige) risicovrije rente geven we aan met r. Aangezien deze notitie alleen over herverdelingseffecten gaat speelt het verwacht aandelenrendement geen rol.

Beschrijving toedelingskring

We hanteren de volgende definities.

- $A_t(h)$ is het totaal aan toegezegde aanspraken van de toedelingskring betaalbaar op horizon h, dus op tijdstip $t+h$. Deze aanspraken wijzigen door de tijd ten gevolge van het collectieve toedelingsmechanisme. Indien alle toekomstige toeslagen precies nul zijn en geen sterfte optreedt, dan is $A_t(h)$ de pensioenbetaling op tijdstip $t+h$. In het bijzonder is $A_t(0)$ dus de totale pensioenbetaling op tijdstip t. We splitsen deze pensioenbetalingen vooralsnog niet naar cohorten. Eventuele vaste dalingen die de pensioenregeling hanteert veronderstellen we bij inkoop verwerkt te zijn in deze aanspraken.
- $P_t(h)$ de cumulatieve overlevingskans voor de aanspraken $A_t(h)$. We zien af van micro langlevenrisico zodat precies een deel $P_t(h)$ van de aanspraken $A_t(h)$ op tijdstip $t+h$ tot een pensioenbetaling leidt. We zien eveneens af van macro langlevenrisico, maar $P_t(h)$ houdt wel rekening met toekomstige sterfteverbeteringen. We definiëren $P_t(0)=1$ en er geldt $P_t(1)P_{t+1}(h)=P_t(h+1)$.

- W_t het collectieve vermogen van de toedelingskring op tijdstip t, *nadat* op tijdstip t een bedrag $A_t(0)$ aan pensioenen is uitbetaald.
- p de door de toedelingskring gehanteerde projectierente. In deze notitie zien we af van horizonafhankelijke projectierentes. Alle rentes zijn rekenkundig.

We nemen aan dat alle financiële schokken uit het verleden geheel verwerkt moeten zijn in de aanspraken $A_t(h)$. Met andere woorden, de dekkingsgraad van het fonds bedraagt te allen tijde 1. Op tijdstip t betekent dat

(1) $W_t = \sum_{h\geq 1} A_t(h)P_t(h)(1+p)^{-h}$.

De toedelingskring belegt het totale vermogen W_t op zodanige wijze dat het (bruto rekenkundige) rendement R_{t+1} over de tijd identiek en onafhankelijk verdeeld is.

Op tijdstip $t+1$ is het collectieve vermogen gestegen (of gedaald) tot $W_t R_{t+1}$. De aanspraken worden dan zodanig aangepast dat de dekkingsgraad wederom gelijk wordt aan 1. Hierbij wordt mogelijkerwijs gebruik gemaakt van een spreidingsperiode. We definiëren $q(h)$ als de gevoeligheid van de aanspraken op horizon h voor het behaalde financiële resultaat. Een N-jarig spreidingsmechanisme specificeert bijvoorbeeld $q(h) = \min\{1, h/N\}$.

De aanspraken op tijdstip $t+1$ worden gegeven door de aanspraken op tijdstip t aan te passen met een toe- of afslag α_{t+1}. Formeel veronderstellen we, voor $h \geq 0$,

(2) $A_{t+1}(h) = A_t(h+1)P_t(1)[1 + q(h+1)\alpha_{t+1}]$.

In deze uitdrukking corrigeert de factor $P_t(1)$ voor de sterfte tussen de tijdstippen t en $t+1$. De toeslag α_{t+1} wordt vervolgens zodanig bepaald dat de budgetvergelijking (1) ook geldt op tijdstip $t+1$, oftewel zodanig dat de dekkingsgraad weer 1 wordt. Rekening houdend met de pensioenbetaling $A_{t+1}(0)$ op tijdstip $t+1$ geeft dit:

(3) $\sum_{h\geq 1} A_{t+1}(h)P_{t+1}(h)(1+p)^{-h} = W_t R_{t+1} - A_{t+1}(0)$.

De term $A_{t+1}(0)$ naar de linkerzijde halen en vervolgens (2) invullen levert

(4) $\sum_{h\geq 0} A_t(h+1)P_t(1)[1 + q(h+1)\alpha_{t+1}]P_{t+1}(h)(1+p)^{-h} = W_t R_{t+1}$.

Neem nu de risico-neutrale verwachting aan beide kanten gegeven alle informatie tot en met tijdstip t en gebruik $P_t(1)P_{t+1}(h) = P_t(h+1)$. Dan krijgen we

(5) $\sum_{h\geq 0} A_t(h+1)P_t(h+1)\left[1 + q(h+1)E_t^Q \alpha_{t+1}\right](1+p)^{-h} = W_t(1+r)$.

Deze vergelijking is lineair in $E_t^Q \alpha_{t+1}$, zodat direct volgt, met behulp van (1) en $q(0) = 0$,

(6) $E_t^Q \alpha_{t+1} = \frac{W_t(1+r) - \sum_{h\geq 0} A_t(h+1)P_t(h+1)(1+p)^{-h}}{\sum_{h\geq 0} A_t(h+1)q(h+1)P_t(h+1)(1+p)^{-h}} = \frac{r-p}{1+p}\frac{\sum_{h\geq 1} A_t(h)P_t(h)(1+p)^{-h}}{\sum_{h\geq 1} A_t(h)q(h)P_t(h)(1+p)^{-h}}$.

De bestaande aanspraken, in combinatie met de relevante overlevingskansen, beïnvloeden bovenstaande uitdrukking via de (inverse van de) factor

(7) $\nu_t \equiv \frac{\sum_{h\geq 1} A_t(h)q(h)P_t(h)(1+p)^{-h}}{\sum_{h\geq 1} A_t(h)P_t(h)(1+p)^{-h}}$.

Het product $N\nu_t$ wordt ook wel de N-duration genoemd. Merk op dat deze N-duration, vanwege zijn afhankelijkheid van $A_t(h)$, afhangt van rendementen uit het verleden.

Er zijn twee speciale gevallen die vermeldenswaardig zijn.

- Het gebruik van een risicovrije projectierente, dus $p = r$, leidt tot $E_t^Q \alpha_{t+1} = 0$, voor alle t. Hieronder zullen we zien dat er dan nooit herverdelingseffecten zijn.
- Indien *geen* gebruik gemaakt wordt van een spreidingsperiode geldt $q(h) = 1$ voor $h \geq 1$. Invullen in (6) levert direct $E_t^Q \alpha_{t+1} = (r-p)/(1+p)$. Hieronder zullen we zien dat ook dan geen herverdelingseffecten zullen optreden, ongeacht de hoogte van p.

De marktconsistente waarde, op tijdstip t, van de pensioentoezegging op horizon h wordt gegeven door de verwachte verdisconteerde pensioenbetaling $A_{t+h}(0)$, gecorrigeerd voor sterfte. Deze waarde, itereer (2), bedraagt dus

(8) $(1+r)^{-h} E_t^Q A_{t+h}(0) = (1+r)^{-h} A_t(h) E_t^Q \{\prod_{k=1}^{h} P_{t+k-1}(1)[1 + q(h+1-k)\alpha_{t+k}]\}$.

Omdat $\prod_{k=1}^{h} P_{t+k-1}(1) = P_t(h)$ kunnen we ook schrijven

(9) $(1+r)^{-h} E_t^Q A_{t+h}(0) = A_t(h) P_t(h) E_t^Q \prod_{k=1}^{h} \frac{1+q(h+1-k)\alpha_{t+k}}{1+r}$.

Overigens kunnen op exact dezelfde wijze ook de verwachte pensioenbetalingen afgeleid worden. In (6) wordt dan aan de rechterzijde r door het verwachte rendement vervangen. Het verkrijgen van een, in verwachting, vlak uitkeringspatroon is dan mogelijk door een geschikte daling van de aanspraken te kiezen.

Herverdelingseffecten per horizon

In het collectieve toedelingsmechanisme zoals hierboven gespecificeerd ontstaan herverdelingseffecten op het moment dat de marktconsistente waarde van de pensioenbetaling op horizon h, bepaald in (8), niet overeenkomt met de premie die daarvoor gevraagd wordt, namelijk $A_t(h) P_t(h)(1+p)^{-h}$.

Het herverdelingseffect, op tijdstip t en horizon h, definiëren we daarom als

(10) $\Delta_t(h) \equiv E_t^Q \prod_{k=1}^{h} \frac{1+q(h+1-k)\alpha_{t+k}}{1+r} - (1+p)^{-h}$

Er zijn twee speciale gevallen waaronder geen herverdelingseffecten optreden.

- Indien $p = r$ volgt direct $\Delta_t(h) = 0$, voor alle t en alle h.
- Indien er geen spreidingsperiode wordt gehanteerd, dan geldt $q(h) = 1$ en $E_t^Q \alpha_{t+1} = (r-p)/(1+p)$. Bovenstaande formule, gebruikmakend van de onafhankelijkheid van α_t over de tijd, reduceert dan tot $\Delta_t(h) = E_t^Q \prod_{k=1}^{h} \frac{1+q(h+1-k)\alpha_{t+k}}{1+r} - (1+p)^{-h} = \prod_{k=1}^{h} \frac{1+\frac{(r-p)}{1+p}}{1+r} - (1+p)^{-h} = \prod_{k=1}^{h} \frac{1}{1+p} - (1+p)^{-h} = 0$. Let wel, in dit geval is er dus geen herverdeling *ongeacht* de hoogte van de projectierente die gebruikt wordt.

Het herverdelingseffect $\Delta_t(h)$ is uitgedrukt als percentage van de toegekende aanspraken. In monetaire termen is de herverdeling op horizon h dus gelijk aan $A_t(h) P_t(h) \Delta_t(h)$. In het algemeen zal $\Delta_t(h)$ voor sommige horizonnen positief zijn, en voor sommige negatief. Het toedelingsmechanisme heeft daarmee kenmerken van een omslagsysteem.

Herverdelingseffecten per cohort

De herverdelingseffecten in de vorige paragraaf zijn berekend per horizon h. Aangezien verschillende leeftijdscohorten in de toedelingskring verschillende aanspraken hebben op elke horizon, zullen in het algemeen herverdelingseffecten tussen cohorten ontstaan indien niet geldt $\Delta_t(h) = 0$ voor *alle* t en h.

Beschouw, op tijdstip t, een cohort dat k jaar voor pensioendatum tot de toedelingskring toetreedt. De toetreder krijgt dus een aanspraak $A_{t,+}(h) = I\{h \geq k\}A_+$ en legt een premie in gelijk aan $A_+ \sum_{h\geq k} P_{t,+}(h)(1+p)^{-h}$, waarbij $P_{t,+}(h)$ staat voor de overlevingskansen van het toetredende cohort. Deze zullen in het algemeen afwijken van de overlevingskansen $P_t(h)$ in de toedelingskring. Het vermogen van het fonds stijgt met de premie, en de aanspraken op horizon h stijgen tot $A_t(h) + A_{t,+}(h)$. We definiëren het relatieve herverdelingsvoordeel van dit cohort als

$$(11)\quad \frac{\sum_{h\geq 1} A_{t,+}(h)P_{t,+}(h)\left((1+r)^{-h}E_t^Q \prod_{k=1}^{h}[1+q(h+1-k)\alpha_{t+k}]-(1+p)^{-h}\right)}{\sum_{h\geq 1} A_{t,+}(h)P_{t,+}(h)(1+p)^{-h}} = \frac{\sum_{h\geq k}\Delta_t(h)P_{t,+}(h)}{\sum_{h\geq k}(1+p)^{-h}P_{t,+}(h)}.$$

Numerieke berekeningen

We bekijken een toedelingskring die gebruik maakt van een spreidingsperiode van N jaar, waarbij we resultaten presenteren voor $N = 5$ en $N = 10$. We veronderstellen dat α_t onafhankelijk en identiek verdeeld is over de tijd. Bovenstaande formules combineren leidt dan tot

$$(12)\quad \Delta_t(h) \equiv \prod_{k=1}^{h} \frac{1+q(h+1-k)E_t^Q\alpha_{t+k}}{1+r} - (1+p)^{-h},$$

waarbij $E_t^Q \alpha_{t+k}$ volgt uit (6). De herverdelingseffecten worden dan bepaald door de ontwikkeling van de aanspraken $A_t(h)$ in het fonds.

We modelleren de ontwikkeling van de aanspraken voor een openend fonds, dat overgaat in een stabiel fonds en vervolgens sluit. De precieze implementatie is als volgt. Het totale vermogen dat het individu op leeftijd j op tijdstip t heeft gespaard, maar nog niet heeft ingelegd in het fonds, wordt weergegeven met $\widetilde{W}_t^{(j)}$. Op leeftijd $j > N^{(I)}$ ontvangt het individu zijn uitkering; het individu treedt geleidelijk toe gedurende de leeftijden $1 \leq j \leq N^{(I)}$ en leeft maximaal L jaar. In de 'actieve' levensjaren $1 \leq j \leq N^{(I)}$ kan de deelnemer ook nog premie inleggen[1]. Dit noteren we met $C_t^{(j)}$, waarbij we voor de numerieke berekeningen aannemen dat $C_t^{(j)} = C_t$ voor alle j met $1 \leq j \leq N^{(I)}$.

Het omzetten van vermogen op tijdstip t voor leeftijd $1 \leq j \leq N^{(I)}$ geschiedt via

$$(13)\quad \Delta W_t^{(j)} = \frac{\widetilde{W}_t^{(j)}+C_t}{N^{(I)}-j+1}$$

met $\Delta W_t^{(j)}$ de nieuwe premie inleg. Verder ontwikkelt $\widetilde{W}_t^{(j)}$ zich via

$$(14)\quad \widetilde{W}_{t+1}^{(j+1)} = \left(\widetilde{W}_t^{(j)} + C_t\right)\left(1 - \frac{1}{N^{(I)}-(j-2)}\right)(1+r)$$

met exogeen beginvermogen $\widetilde{W}_t^{(1)}$.

[1] De huidige paragraaf is gebaseerd op geleidelijke toetreding zoals geïntroduceerd in Bovenberg (2016).

Het omzetten van vermogen in aanspraken voor de nieuwe toetreders[2] geschiedt via (1). Ofwel

(15) $${}^{k}A^{(j)}_{t,+}(h) = \sum_{l=k}^{j}\left(A^{(l)}_{t+l-1,+}(h)\right),$$

met

(16) $$A^{(j)}_{t+j-1,+}(h) = \frac{\Delta W_{t+j-1}{}^{(j)}}{\sum_{l=N^{(I)}-j+2}^{L-j+1} P_{t,+}(l)(1+p)^{-l}}\ ,$$

voor $N^{(I)} - j + 2 \leq h < L - j + 1$, $1 \leq k \leq N^{(I)}$ en $1 \leq j \leq N^{(I)}$. We nemen voor

- een openend fonds: $k = 1$ en $j \in \left[1, N^{(I)}\right]$;
- een fonds met constante instroom: $k = 1$ en $j = N^{(I)}$;
- een sluitend fonds: $k \in \left[1, N^{(I)}\right]$ en $j = 10$.

De update-regel, vergelijking (2), wordt dan

(17) $$A_{t+1}(h) = A_t(h+1)\ \frac{P_{t,+}(h+1)}{P_{t,+}(h)}\ [1 + q(h+1)\alpha_{t+1}] + {}^{k}A^{j}_{t,+}(h).$$

De ex-ante herverdelingseffecten, gemeten ten opzichte van het totale pensioenvermogen, voor de generatie die op tijdstip t voor het eerst geleidelijk toetreedt wordt gegeven door

(18) $$H_t = \frac{\sum_{j=1}^{N^{(I)}}\left(\frac{\sum_h A^{(j)}_{t+j-1,+}(h)\ \Delta_{t+j-1}(h)\ P_{t+j-1,+}(h)}{(1+r)^j}\right)}{W^0_t}$$

met $W^0_t = \widetilde{W}_t{}^{(1)} + \sum_{j=1}^{N^{(I)}} \frac{C_t}{(1+r)^j}$.

Referentielijst

Bonekamp, J.L.M., A.L. Bovenberg, T. Nijman en B. Werker (2016). Achtergrondnotitie: Herverdelingseffecten van verschillende projectierentes in verbeterde premieregelingen vanuit vermogens per horizon.

[2] Bij geleidelijke toetreding treden meerdere individuen (gedeeltelijk) op hetzelfde tijdstip toe.